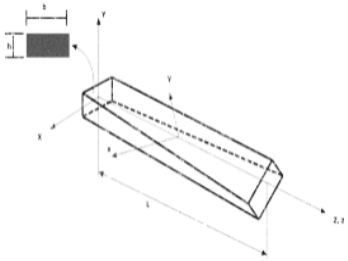
অধ্যায়-৮ টরশন বা মোচড়

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

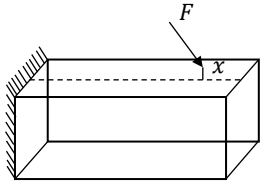
***** ১। টরশন বলতে কী বুঝায়?** বাকাশিবো-২০১৩, ১৩'পরি, ১৫, ১৫'পরি

উত্তর ঃ একটি দন্ডের এক পাশে আবদ্ধ রেখে অপর প্রান্তে ঘূর্ণন বল প্রয়োগ করার ফলে দন্ডটি মোচড়াতে চায়, আর এই মোচড়ানো বলকে টরশন (Torsion) বলে।



***** ২। টর্ক বা টার্নিং মোমেন্ট বা টুইস্টিং মোমেন্ট বলতে কী বুঝায়?**
বাকাশিবো-২০০০, ০২, ০৪, ০৬, ১২'পরি, ১৩'পরি, ১৪'পরি, ১৬'পরি, ১৭, ১৭'পরি

উত্তর ঃ কোনো একটি দন্ডের এক প্রান্ত আবদ্ধ রেখে অপর প্রান্তের যে কোনো এক পার্শ্বে একটি বল প্রয়োগ করলে তবে দন্ডের প্রস্থচ্ছেদের কেন্দ্র হতে উক্ত বল পর্যন্ত দূরত্বের জন্য যে মোমেন্ট উৎপন্ন হয় তাকে টর্ক বা টার্নিং মোমেন্ট বা টুইস্টিং মোমেন্ট বলে।



***** ৩। টরশনাল বা শিয়ার স্ট্রেস বলতে কী বুঝায়?**

বাকাশিবো-২০০৫, ০৮, ১০'পরি, ১৩, ১৩'পরি, ০৯, ১৯, ১৯'পরি

উত্তর ঃ একটি শ্যাফটের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে অন্য প্রান্তে বল প্রয়োগ করে শ্যাফটিকে ঘুরালে, শ্যাফটের আটকানো প্রান্তে অপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী ঘূর্ণন বল সৃষ্টি হয় যা শ্যাফটের ঘূর্ণন প্রক্রিয়াকে বাঁধা দেয়। সুতরাং দুটি সমান ও পরস্পর বিপরীতমুখী বলের মোচড় ক্রিয়ার ফলে শ্যাফটির প্রতিটি অংশে যে স্ট্রেস সৃষ্টি হয়, তাকে টরশনাল স্ট্রেস বা শিয়ার স্ট্রেস বলে।

*** ৪। প্রতিরোধী টর্ক বলতে কী বুঝায়?** বাকাশিবো- ২০২২, ২৩, ২৪

উত্তর ঃ বাহির হতে প্রয়োগকৃত ঘূর্ণন বলের জন্য সৃষ্ট টর্ককে প্রতিরোধ করার জন্য বস্তুর অভ্যন্তরে যে প্রতিরোধী মোমেন্ট সৃষ্টি হয় তাকে প্রতিরোধী টর্ক বলে। অর্থাৎ টরশনাল স্ট্রেসের মোমেন্টকে প্রতিরোধী মোমেন্ট বলে।

***** ৫। অশ্বক্ষমতা কী?** বাকাশিবো-২০১৫, ১৫'পরি, ১৮, ১৮'পরি, ১৯'পরি

উত্তর ঃ অশ্বক্ষমতা হলো ক্ষমতার একক যা একটি ইঞ্জিন কতটা শক্তিশালি তা পরিমাপের জন্য ব্যবহৃত হয়। এটির প্রায় ৭৪৬ ওয়াটের সমান। ধারনাটি সর্বপ্রথম জেমস ওয়াট দ্বারা উপস্থাপন করেন যিনি বাষ্পীয় ইঞ্জিন আবিষ্কার করেছিলেন।

এক অশ্বক্ষমাত বলতে প্রতি মিনিটে $\frac{746}{9.81\times\frac{1}{60}} = \frac{746\times60}{9.81} =$

$4562\ kg\text{-}m/minute \cong 4500\ kg\text{-}m/minute$

বা প্রতি সেকেন্ডে $\frac{746}{9.81} = 76.04\ kg\text{-}m/s \cong 75\ kg\text{-}m/s$ কাজের হারকে বুঝায়।

***** ৬। টুইসট কোণ এবং টর্কের মধ্যে সম্পর্ক লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০১, ০৯, ১৪, ১৪'পরি, ১৫, ১৫'পরি, ১৬'পরি

উত্তর ঃ টুইস্ট কোণ এবং টর্কের মধ্য সম্পর্ক নিম্নরূপ ঃ

$$\theta = \frac{TL}{JG}$$

θ = টুইস্ট কোণ।

T = টর্ক।

L = শ্যাফটের দৈর্ঘ্য।

J = পোলার মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া।

G = স্থিতিস্থাপক শিয়ার মডুলাস।

**** ৭। ফাঁপা শ্যাফটের টর্ক নির্ণয়ের সুত্র লেখ।**

বাকাশিবো-২০১০, ১২'পরি, ১৩, ১৩'পরি, ১৫,১৫'পরি

উত্তর ঃ ফাঁপা শ্যাফটের টর্ক নির্ণয়ের সূত্র $T = \frac{\pi(D^4 - d^4)S_S}{16\,D}$

T = টর্ক।

S_S = শিয়ার পীড়ন।

D = ফাঁপা শ্যাফটের বাহিরের ব্যাস।

d = ফাঁপা শ্যাফটের ভিতরের ব্যাস।

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। গোলাকার প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট শ্যাফটের টরশন সূত্র নির্ণয়ের অনুমিত সত্য বলে বিবেচ্য বিষয়গুলো লেখ।**

অথবা, টরশনযুক্ত শ্যাফটের শিয়ার পীড়ন নির্ণয়ের মৌলিক ধারণাগুলো লেখ।

অথবা, টরশনাল স্ট্রেসের মৌলিক ধারণাগুলো কী কী?

অথবা, টরশনাল পীড়ন বিশ্লেষণের জন্য কী কী মৌলিক ধারণা স্বীকার করা হয়? **বাকাশিবো-২০০৫, ০৬, ০৯, ১০, ১২'পরি, ১৯, ১৯'পরি**

উত্তর ঃ কোনো গোলাকার শ্যাফটে টরশন প্রযুক্ত হলে এর শিয়ার পীড়ন ও শিয়ার বিকৃতি নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত মৌলিক ধারণাগুলো স্বীকার করে নেওয়া হয় ঃ

১। শ্যাফট-এর উপাদান একই পদার্থের হবে এবং যান্ত্রিক গুণাবলি অভিন্ন।

২। শ্যাফট-এর দৈর্ঘ্য বরাবর টরশনের পরিমাণ সর্বত্র সুষম এবং ঘূর্ণন কোণ সর্বত্র সমান।

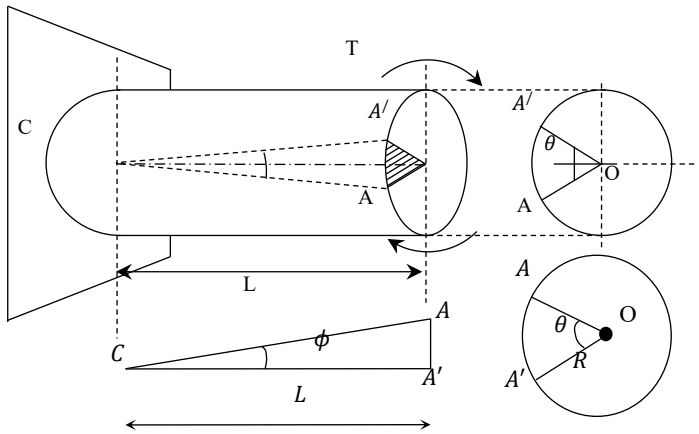
৩। টরশনের পূর্বে ও পরে শ্যাফটের প্রস্থচ্ছেদীয় তল একই সমতলে এবং একই আকৃতিতে থাকবে।

৪। টরশনের পূর্বে ও পরে শ্যাফটের দৈর্ঘ্যের কোনো পরিবর্তন হবে না।

৫। শ্যাফট কখনও বেন্ডিং বা বাঁকা হবে না।

** ২। টরশনাল স্ট্রেসের গাণিতিক সূত্র প্রতিপাদন কর। বাকাশিবো-২০২২, ১৬

উত্তর ঃ



চিত্র হতে শ্যাফটের একপ্রান্ত আবদ্ধ করে এবং অপর প্রান্তে টর্ক প্রয়োগ করে

T = টর্ক

L = শ্যাফটের দৈর্ঘ্য এবং

R = শ্যাফটের ব্যাসার্ধ

বল প্রয়োগে শ্যাফটে S_s শিয়ার পীড়ন উৎপন্ন হয়, ফলে CA রেখা CA′ তে পরিবর্তন হয়

এবং OA রেখা OA′ তে পরিবর্তিত হয়।

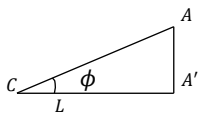
$\angle AOA' = \theta$ ডিগ্রি

$\angle ACA' = \emptyset$ রেডিয়ান

S_S = শ্যাফটের বাহিরের পৃষ্ঠের শিয়ার পীড়ন

G = মডুলাস অব রিজিডিটি (দৃঢ়তার গুণাংক)

আমরা জানি,



শিয়ার বিকৃতি = একক দৈর্ঘ্যে বিকৃতি

$$\frac{AA'}{CA} = \tan\phi \qquad [\tan\phi = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}]$$

$\Rightarrow \frac{AA'}{L} = \tan\phi$ [ϕ খুব ছোট বলে $\tan\phi = \phi$]

$\Rightarrow \frac{AA'}{L} = \phi$

$\therefore AA' = L\phi$ ..... (i)

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $AA' = R\theta$

$\Rightarrow L\phi = R\theta$ [(i) নং সমীকরণ হতে]

$\therefore \phi = \frac{R\theta}{L}$ ------(ii)

আবার, শিয়ার বিকৃতি = $\frac{\text{শিয়ার পীড়ন}}{\text{মডুলাস অব রিজিডিট}}$

$\Rightarrow \phi = \frac{S_S}{G}$

$\Rightarrow \frac{R\theta}{L} = \frac{S_s}{G}$ [(ii) নং সমীকরণ হতে]

$\Rightarrow \frac{S_S}{R} = \frac{G\theta}{L}$

$\Rightarrow S_s = \frac{RG\theta}{L}$ ..... (iii)

অনুরূপভাবে, শ্যাফটের কেন্দ্র হতে x দূরত্বে (R এর পরিবর্তে) একটি স্তরে শিয়ার পীড়ন S_x হয় তাহলে

$\frac{S_x}{x} = \frac{G\theta}{L}$

$\therefore S_x = \frac{xG\theta}{L}$ ..... (iv)

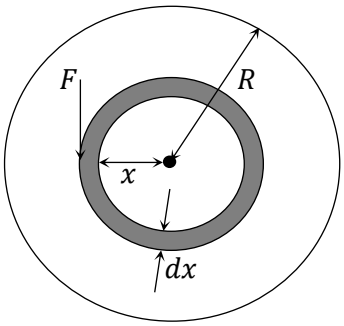
সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে দেখা যায় যে, শিয়ার পীড়ন ও শিয়ার বিকৃতির মান শ্যাফটের কেন্দ্র হতে সমদূরত্বে সমানুপাতিক হয়।

অর্থাৎ, $\frac{S_x}{x} = \frac{S_S}{R} = \frac{G\theta}{L}$

৩। শিয়ার পীড়ন ও টর্কের মাঝে সম্পর্ক নোটেশনসহ লেখ।

বাকাশিবো- ২০১৯, ১৯'পরি

উত্তর ঃ



চিত্রে একটি নিরেট শ্যাফটের প্রস্থচ্ছেদ দেখানো হয়েছে। মনে করি, শ্যাফট সর্বোচ্চ টর্ক T এবং ব্যাসার্ধ R এবং সর্বোচ্চ শিয়ার পীড়ন S_s। চিত্রানুযায়ী কেন্দ্র হতে x দূরত্বে dx পুরুত্বের একটি রিং বিবেচনা করি।

উক্ত রিং এর ক্ষেত্রফল, $dA = 2\pi x \times dx$

[ক্ষেত্রফল = পরিধি × পুরুত্ব]

dA ক্ষেত্রফলের শিয়ার পীড়ন = S_x।

এখন $\frac{S_x}{x} = \frac{S_S}{R}$

$\Rightarrow S_x = \frac{S_s x}{R}$ ..... (i)

Note ঃ R এর জন্য পীড়ন = S_s
1 এর জন্য পীড়ন = $\frac{S_s}{R}$
x এর জন্য পীড়ন = $\frac{S_x \times x}{R}$

টার্নিং এর জন্য, বল F = পীড়ন × ক্ষেত্রফল

$$\Rightarrow F = S_x \times dA$$

$$\Rightarrow F = \frac{S_s x}{R} \times 2\pi x \times dx$$

$$\therefore F = \frac{2\pi S_s x^2}{R} dx$$

এখন টার্নিং এর জন্য মোমেন্ট = বল × লম্ব দূরত্ব

$$dT = F \times x$$

$$= \left(\frac{2\pi S_s \cdot x^2}{R} dx\right) x$$

$$= \frac{2\pi S_s}{R} x^3 dx \text{ ..... (ii)}$$

এখন মোট টর্ক $T = \int_0^R dT$

$$= \int_0^R \frac{2\pi S_S}{R} x^3 dx$$

$$= \frac{2\pi S_S}{R} \int_0^R x^3 dx$$

$$= \frac{2\pi S_S}{R} \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^R$$

$$= \frac{2\pi S_S}{R} \left(\frac{R^4}{4} - \frac{0^4}{4}\right)$$

$$= \frac{2\pi S_S}{R} \times \frac{R^4}{4}$$

$$= \frac{2\pi S_S}{R} \times \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^4}{4} \qquad \begin{bmatrix} D = 2R \\ R = \frac{D}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{2\pi S_S}{R} \times \frac{D^4}{16 \times 4}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi D^4}{32} \times \frac{S_S}{R}$$

$$\Rightarrow T = J \times \frac{S_S}{R}$$ [পোলার মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া $J = \frac{\pi D^4}{32}$]

$$\therefore \frac{T}{J} = \frac{S_s}{R}$$ [নিরেট শ্যাফটের জন্য বললে এই পর্যন্ত হবে]

❖ বিভিন্ন আকারের শ্যাফটের জন্য টর্ক নির্ণয় করতে J এর মান বসিয়ে পাই,

$$T = \frac{\pi D^4}{32} \times \frac{S_s}{R}$$

$$= \frac{\pi D^4}{32} \times \frac{S_s}{\frac{D}{2}}$$

$$= \frac{\pi D^4}{32} \times \frac{2S_s}{D}$$

$$\therefore T = \frac{\pi D^3}{16} \times S_s \quad (\boldsymbol{Ans.})$$

[এই প্রশ্ন উল্লেখ থাকলে তবে এই পর্যন্ত হবে]

***** ৪। প্রমান কর যে টুইস্ট কোণ $\theta = \frac{TL}{GJ}$**

বাকাশিবো-২০০২, ০৯, ১২'পরি, ১৩, ১৩'পরি, ১৫, ১৫'পরি, ১৬, ১৭'পরি

উত্তর ঃ টরশনের পীড়ন বিকৃতির সম্পর্ক হতে পাই,

শিয়ার বিকৃতি $\phi = \frac{R\theta}{L}$ -------(i)

শিয়ার বিকৃতি $\phi = \frac{S_S}{G}$ -------(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{R\theta}{L} = \frac{S_S}{G}$$

$$\Rightarrow S_S = \frac{GR\theta}{L} \text{ --------(iii)}$$

টর্কের সমীকরণ হতে পাই,

$$S_S = \frac{TR}{J} \text{ ---------(iv)}$$

(iii) এবং (iv) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{GR\theta}{L} = \frac{TR}{J}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{TRL}{GRJ}$$

$$\therefore \theta = \frac{TL}{JG}$$ **(প্রমাণিত)**

SOS গাণিতিক সমস্যাবলি ঃ

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১) টর্ক, $T = F \times r$

২) টর্ক, $T = \frac{\pi D^3}{16} S_s$

বা, $S_s = \frac{16T}{\pi D^3}$

[সলিড শ্যাফট এর ক্ষেত্রে]

৩) ফাঁকা শ্যাফটের ক্ষেত্রে

$$T = \frac{\pi(D^4 - d^{41})}{16D} . S_s$$

বা, $S_s = \frac{16DT}{\pi(D^{41} - d^4)}$

৪) $S_s = \frac{F}{A}$

$$= \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4F}{\pi D^2}$$

৫) $S_s = \frac{TR}{J}$

৬) $J = \frac{\pi D^4}{32}$ [সলিড বৃত্তকার শ্যাফটের জন্য]

৭) $L = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$ [ফাঁকা বৃত্তকার শ্যফটের জন্য]

এখানে, T = টর্ক
F = বল
r = লম্ব দূরত্ব
A = ক্ষেত্রফল
D = শ্যফটটের ব্যাস
θ = ঘূর্ণন বা মোচড় কোণ
L = শ্যাফটের দৈর্ঘ্য
G = মডুলাস অব রিজিডিটি
J = পোলার মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া
S_s = টরশনাল বা শিয়ার ট্রেস
R = শ্যাফটের ব্যাসার্ধ
H. P = অশ্ব ক্ষমতা বা Horse Power

$1H.P = 4500\ kg/min$
$= 75\ kg/sec$
$= 746\ Watt$
$= 746\ Joule/sec$
$= 550\ ft\text{-}lb/sec$

৮) $\theta = \frac{TL}{GJ}$

৯) $H.P = \frac{2\pi NT}{4500}$ [N = ঘুর্ণন সংখ্যা প্রতি মিনিটে]

১০) $H.P = \frac{2\pi NT}{75}$ [N = ঘূর্ণন সংখ্যা প্রতি মিনিটে]

***** ১। একটি নিরেট ইস্পাত দন্ড 8500kg-m টর্ক পরিবহন করে। যদি শিয়ারিং স্ট্রেস 450kg/cm² এর উর্ধ্বে না হয়, তবে ইস্পাত দন্ডের ব্যাস বের কর।** বাকাশিবো-২০০৯, ১৩, ১৩'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, $S_S = \frac{16T}{\pi D^3}$

দেওয়া আছে,
টর্ক $T = 8500 \times 100 = 850 \times 10^3 kg - cm$
$S_S = 450 kg/cm^2$
$D = ?$

$$\Rightarrow D^3 = \frac{16 \times 850 \times 10^3}{\pi \times 450}$$

$$\Rightarrow D^3 = 9620.03 cm^3$$

$$\therefore D = \sqrt[3]{9620.03}$$

$$= 21.26 cm \ (\textbf{Ans})$$

***** ২। একটি নিরেট গোলাকার শ্যাফট প্রতি মিনিটে 260 বার ঘুরে 30HP স্থানান্তর করে। যদি শিয়ার পীড়নের মান 560kg/cm^2 হয়, তবে শ্যাফটটির ব্যাস নির্ণয় কর।** বাকাশিবো-২০১৭

সমাধান ঃ আমরা জানি, $P = \frac{2\pi NT}{4500}$

দেওয়া আছে-,
S = 560kg/cm^2
N = 260
P = 30HP
D = ?

$$\therefore T = \frac{4500\times P}{2\pi N}$$

$$= \frac{4500\times 30}{2\times\pi\times 260}$$

$$= 82.63\text{kg} - \text{m}$$

$$= 8263\text{kg} - \text{cm}$$

আবার, $S_S = \frac{16T}{\pi D^3}$

$$D^3 = \frac{16T}{S_s\pi}$$

$$\Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{16\times 8263}{560\times\pi}}$$

$$\therefore D = 4.22\text{cm} \quad (\text{Ans})$$

*** ৩। একটি শ্যাফট 380r.p.m এ ঘুরে 10HP পরিবহন করে শ্যাফটের 2.5m দৈর্ঘ্যের টুইস্ট কোণ $1.5°$ হলে শ্যাফটের ব্যাস নির্ণয় কর। $[G = 8.5 \times 10^5\ kg/cm^2]$ বাকাশিবো- ২০০৯, ১৫, ১৫'পরি, ১৬

সমাধান ঃ আমরা জানি,

দেওয়া আছে,
L = 2.5m = 250cm
P = 10HP
N = 380r.p.m
$G = 8.5 \times 10^5 kg - cm^2$
$\theta = 1.5°$
$= \frac{\pi}{180} \times 1.5$
$= 0.0262rad$

$$P = \frac{2\pi\ NT}{4500}$$

$$T = \frac{4500 \times 10}{2\pi \times 380}$$

$$= 18.85kg - m$$

$$= 1885kg - cm$$

আবার, $\theta = \frac{TL}{GJ}$

$$\Rightarrow J = \frac{TL}{G\theta} = \frac{1885 \times 250}{8.5 \times 10^5 \times 0.0262} = 21.16$$

আমরা জানি,

পোলার মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া

$$J = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\Rightarrow 21.16 = \frac{\pi \times D^4}{32}$$

$$\therefore D = 3.83cm\ \ (Ans)$$

Note ঃ $r.p.m$ হলো Round per minute. বা প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা।

***** ৪। একটি ফাঁপা শ্যাফট প্রতি মিনিটে 100 বার ঘুরে 20 অশ্বক্ষমতা পরিবহন করতে পারে। যদি শ্যাফটির বাহিরের ব্যাস ভিতরের ব্যাসের দ্বিগুণ হয় এবং ধাতুর শিয়ার স্ট্রেস 445kg/cm হয়, তবে শ্যাফটি কী পরিমাণ টর্ক সঞ্চালন করবে?** বাকাশিবো- ২০০৫, ০৬, ১৬, ১৩'পরি, ১৫

সমাধান ঃ মনে করি, শ্যাফটির বাহিরের ব্যাস = D

এবং ভিতরের ব্যাস = d

প্রশ্নমতে $D = 2d$

আমরা জানি, $HP = \frac{2\pi NT}{4500}$

$\Rightarrow T = \frac{4500\times20}{2\pi\times100}$

$= 143.24kg - m$

$= 14324kg - cm$ **(Ans)**

দেওয়া আছে,
N = 100r.p.m
HP = 20
$S_S = 445kg/cm^2$
D = ?
d = ?
T = ?
মনে করি বাহিরের ব্যাস = D
তাহলে ভিতরের ব্যাস $d = \frac{D}{2}$

আবার, $S_S = \frac{16DT}{\pi(D^4-d^4)}$

$445 = \frac{16\times D\times14324}{\pi\times\left\{D^4-\left(\frac{D}{2}\right)^4\right\}}$

$\therefore D = 5.60cm$ **(Ans)**

$\therefore d = \frac{5.60}{2} = 2.80cm$ **(Ans)**

৫। একটি ফাঁপা শ্যাফটের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 50 মিমি ও 75 মিমি। ঐ শ্যাফটে 300 মিমি মোমেন্ট আর্ম 25kN বল প্রয়োগ করলে সর্বোচ্চ পীড়ন কত হবে? বাকাশিবো-২০১৩'পরি, ১৪'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, $S_s = \frac{16TD}{\pi(D^4-d^4)}$

$$= \frac{16\times 25\times 1000\times 300\times 75}{\pi(75^4-50^4)}$$

$$= 112.82\ N/mm^2 \quad \textbf{(Ans)}$$

`

দেওয়া আছে,
F = 25kN = 25 × 1000 = 25000 N
মোমেন্ট আর্ম = 300mm
∴ টর্ক = বল × মোমেন্ট আর্ম
= 25000 × 300 = 7500000 $N - mm$
D = 75mm, d = 50mm
S_S = ?
Note ঃ D হলো বাহিরের ব্যাস (প্রমাণ অনুসারে)